1º ESO

CAPÍTULO 6: EXPRESIONES DECIMALES



www.apuntesmareaverde.org.es



Autor: Eduardo Cuchillo

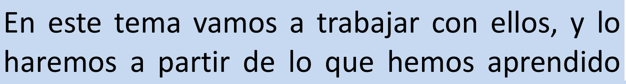
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti

Ilustraciones: Banco de imágenes del INTEF

Índice

Resumen

Si prestamos atención a nuestro entorno, es fácil que nos encontremos con *"números que tienen decimales"*: al medir la temperatura corporal con un termómetro, en los precios de los productos de una empresa que leemos en una hoja de publicidad, etc.





En este tema vamos a trabajar con ellos, y lo haremos a partir de lo que hemos aprendido en el capítulo anterior sobre las fracciones. A lo largo de este capítulo veremos que hay fuertes conexiones entre esos dos entes matemáticos: fracciones y expresiones decimales.





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1. PRIMERAS EXPRESIONES DECIMALES

1.1. Introducción. Números decimales

En el capítulo anterior surgieron las fracciones para que nos sea posible y fácil hablar de porciones, partes, en las que algo ha sido dividido. Sin embargo, en la vida cotidiana nos encontramos con otras formas que expresan cantidades que no se corresponden con unidades completas.

Ejemplo:

- En cualquier mercado vemos precios de un kilo de fruta tales como 2.38 €/kg. Un kilo de esa fruta nos cuesta 2 euros y 38 céntimos de euro, cantidad que se encuentra entre 2 y 3 euros, es mayor que 2 y menor que 3. Como cada céntimo de euro es la porción de euro que resulta al dividir un euro en cien partes iguales, tenemos una primera conexión entre la expresión 2.38 y las fracciones:



$$2.38 = 2 + \frac{38}{100} = \frac{238}{100}$$

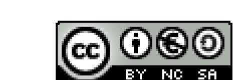
que interpretamos como que 2 euros y 38 céntimos de euro es lo mismo que 238 céntimos de euro.

Ejemplo:

- En algunas calles o plazas de las ciudades se sitúan paneles que nos informan de la temperatura ambiente. En días calurosos la temperatura puede alcanzar, por ejemplo, los 37.4 grados. Esta temperatura es superior a 37 grados e inferior a 38 grados. Nos informa que la temperatura exacta de la calle es de 37 grados más 4 décimas de grado, esto es, 37 grados más lo que resulta de dividir un grado en diez partes iguales y tomar cuatro de ellas:



$$37.4 = 37 + \frac{4}{10}$$





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Ejemplo:

- Si pesamos en una balanza la fruta que hemos escogido y vemos que su peso es de 1.692 kg sabremos que tenemos más de un kilogramo de fruta y menos de 2 kilogramos. La cantidad exacta es un kilogramo de fruta más 692 milésimas de kg. Una milésima de kilogramo (recibe el nombre de *gramo*) es cada una de las porciones de kilogramo que resultan tras dividir un kilogramo en mil partes iguales.



$$1.692 = 1 + \frac{692}{1000} = \frac{1692}{1000}$$

Esta igualdad nos indica que 1.692 kg es lo mismo que 1 692 milésimas de kg, es decir, 1 692 gramos.

En las tres situaciones anteriores han aparecido **números decimales**.

Un **número decimal** consta de dos partes:

- su **parte entera**, el número que está a la izquierda de la separación decimal, (un punto o una coma)
- y su **parte decimal**, lo que se encuentra a la derecha de la separación decimal.

Como podemos apreciar, la parte entera de un número decimal recoge cierta cantidad de unidades completas, mientras que su parte decimal señala el número de porciones que hay que añadir, porciones que resultan de dividir una unidad en 10, 100, 1 000, etc., partes iguales según tengamos, respectivamente, 1, 2, 3, etc., cifras decimales. Por ello, según vimos en el capítulo anterior, un número decimal está conectado con las descomposiciones de fracciones cuyo denominador es potencia del número 10.

Ejemplos:

$$2.9 = 2 + \frac{9}{10}$$

$$2.09 = 2 + \frac{9}{100}$$

$$0.3 = 0 + \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

$$0.035 = 0 + \frac{35}{1000} = \frac{35}{1000}$$



Actividades propuestas


PIENSA, PIENSA…

1. Busca otras situaciones de la vida real donde aparezcan números decimales.




Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.2. Conversión de una expresión decimal a fracción

Ya hemos visto que una expresión decimal se convierte en la fracción cuyo numerador coincide con el número decimal, tras eliminar la coma, y el denominador es el número 1 seguido de tantos ceros como cifras tenía la parte decimal del número en cuestión.

Ejemplo:

$$73.18 = 73 + \frac{18}{100} = \frac{7318}{100}$$

Números decimales equivalentes. Si en un número decimal su parte decimal finaliza con el número cero podemos suprimir ese cero sin que alteremos la cantidad que expresa el número decimal.

Ejemplos:

$$3.90 = 3 + \frac{90}{100} = 3 + \frac{9}{10} = 3.9$$

$$76.0 = 76 + \frac{0}{10} = 76 + 0 = 76$$

$$8.200 = 8 + \frac{200}{1\,000} = 8 + \frac{2}{10} = 8.2$$

Recíprocamente, en ocasiones puede resultar conveniente, debido al contexto, añadir algún cero a la parte decimal:

$$46.54 = 46 + \frac{54}{100} = 46 + \frac{540}{1\,000} = 46.540$$

Actividades propuestas

2. Transforma en fracciones los siguientes números decimales:

a) 0.87 b) 0.0701 c) 30.56 d) 17.03 e) 10.050



Expresión decimal de un número racional. En este vídeo se calcula la expresión decimal de un número racional realizando la división entre el numerador y denominador de la fracción dada.



https://www.youtube.com/watch?v=ckG5FlWe18A

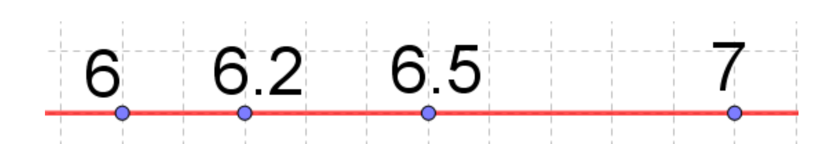




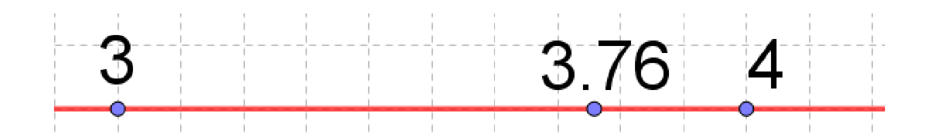
Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.3. Representación en la recta numérica

La relación que hemos alcanzado entre los números decimales y las fracciones nos permite *situarlos* en la recta numérica. Para representar un número decimal como 6.2 en primer lugar nos fijamos en su parte entera, 6, lo que nos informa de que 6.2 se encuentra entre los números naturales 6 y 7. Como su parte decimal posee una sola cifra, son 2 décimas, deberemos dividir el segmento de extremos 6 y 7 en diez partes iguales para, finalmente, situar 6.2 sobre la segunda de las marcas.

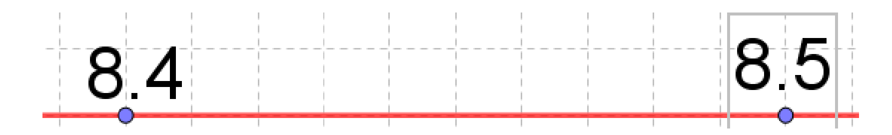


Si el número decimal tiene más de una cifra decimal, tendremos que realizar una subdivisión más exigente. El número decimal 3.76 tiene dos cifras decimales. Al ser su parte entera 3, se encuentra ubicado entre los números 3 y 4. La posición exacta la alcanzaríamos si dividiésemos el segmento de extremos 3 y 4 en 100 partes iguales y buscamos, a partir del número 3, la centésima número 76.



Actividades propuestas

3. Sitúa en la siguiente recta los números 8.43, 8.48, 8.51 y 8.38





Representación gráfica de un número racional. En este vídeo representamos gráficamente un número racional.



https://www.youtube.com/watch?v=CPBEGxaryiM







Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Comparación entre expresiones decimales.

Decidir si un número decimal es mayor o menor que otro es bastante sencillo. Si sus partes enteras son distintas, ellas ya determinan cuál es mayor.

Ejemplo:



- 13.66 es mayor que 11.4, pues el primero tiene parte entera 13 y el segundo 11.

Si tienen igual parte entera pasamos a mirar su primera cifra decimal, la de las decenas. Si son diferentes, ya podemos decidir.

Ejemplo:

- 7.25 es menor que 7.3, ya que tienen la misma parte entera y la primera cifra decimal de 7.3 es mayor que la primera cifra decimal de 7.25.
-

En general, si coinciden las partes enteras buscamos la primera cifra decimal en la que los números difieren. La que sea mayor pertenecerá al mayor número decimal.

Actividades propuestas

4. Señala qué número es el mayor para cada una de las siguientes parejas:

a) 0.87 y 0.789 b) 3.58 y 4.1 c) 7.005 y 7.1 d) 32.4 y 27.9

5. Escribe dos números decimales que sean, simultáneamente, mayores que 6.147 y menores que 6.2.




Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.4. Suma y resta de expresiones decimales

Debido a que hemos relacionado las expresiones decimales con las fracciones, vamos a trasladar las operaciones entre fracciones a operaciones entre expresiones decimales.

Suma de expresiones decimales. Si para sumar fracciones debíamos primero alterar, para que coincidieran, los denominadores, ahora basta con que las partes decimales tengan el mismo número de cifras. Si no lo tienen desde un principio, añadimos los ceros que sean necesarios para ello.

Ejemplos:

$$4.76+12.15=4+\frac{76}{100}+12+\frac{15}{100}=16+\frac{76+15}{100}=16+\frac{91}{100}=16.91$$

$$24.7+83.15=24.70+83.15=107.85$$

$$53.39+56=53.39+56.00=109.39$$

En estos ejemplos hemos sumado las partes enteras (en el primero de ellos, 3 + 12 = 15), y las partes decimales (76 + 15 = 91). La operación suma no siempre será exactamente así.

Ejemplos:

- Si una persona tiene 4 euros y 37 céntimos de euro y otra tiene 5 euros y 82 céntimos ¿cuánto dinero tienen entre las dos? Tenemos que sumar. En total tienen 4 + 5 = 9 euros y 37 + 82 = 119 céntimos. Pero, como 100 céntimos de euro es lo mismo que 1 euro, 119 céntimos de euro es igual a 1 euro más 19 céntimos. De esta forma, esas dos personas tienen 9+1=10 euros y 19 céntimos.



$$4.37+5.82=4+\frac{37}{100}+5+\frac{82}{100}=9+\frac{119}{100}=$$

$$=9+\frac{100+19}{100}=9+\frac{100}{100}+\frac{19}{100}=9+1+\frac{19}{100}=10+\frac{19}{100}=10.19$$

Observamos que, a veces, al sumar las partes decimales el valor que resulta tiene más cifras de las que tiene asignadas y eso afecta a la parte entera resultante.

Ejemplos:

$$5.25+2.98=8.23$$

$$11.5+4.77=16.27$$

$$24.7+83.35=108.05$$

Nos damos cuenta de que para sumar dos expresiones decimales debemos:



Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

- Observar, en primer lugar, si sus partes decimales tienen la misma cantidad de cifras.
- Si no es así, provocamos esa coincidencia completando con ceros, por la derecha, la parte decimal más corta.
- Una vez que las expresiones decimales ya tienen sus partes decimales con la misma longitud, procedemos a sumar los números ignorando la separación decimal.
- Al resultado de esa suma le ponemos una separación decimal para que surja una expresión decimal con parte decimal de la misma longitud que las expresiones decimales sumados.

Propiedades de la suma de expresiones decimales.

Conmutativa. No importa en qué orden sumemos dos expresiones decimales.

Ejemplo:

$$314.66 + 2.47 = 317.13$$
$$2.47 + 314.66 = 317.13$$

Asociativa. Nos permite sumar más de dos expresiones decimales. Para ello agrupamos, como queramos, de dos en dos.

Ejemplo:

$$5.7 + 30.02 + 17.4 = (5.7 + 30.02) + 17.4 = 35.72 + 17.4 = 53.12$$
$$5.7 + 30.02 + 17.4 = 5.7 + (30.02 + 17.4) = 5.7 + 47.42 = 53.12$$

Elemento neutro. El número 0 sumado a cualquier otro número decimal no lo altera.

Ejemplo:

$$0 + 42.324 = 42.324 = 42.324 + 0$$




Diferencia de expresiones decimales.

Al igual que con la suma, si hiciera falta, hemos de forzar que las partes decimales tengan la misma cantidad de cifras.

Ejemplos:

$$32.45 - 29.36 = \left(32 + \frac{45}{100}\right) - \left(29 + \frac{36}{100}\right) = 32 + \frac{45}{100} - 29 - \frac{36}{100} = (32 - 29) + \left(\frac{45}{100} - \frac{36}{100}\right)$$
$$= 3 + \frac{9}{100} = 3.09 \rightarrow 7.71 - 5.3 = 7.71 - 5.30 = 2.41$$

En estos ejemplos hemos restado las partes enteras (en el primero de ellos, 32 – 29 = 3) y las partes decimales (45 – 36 = 09). La operación diferencia no siempre se realizará exactamente así.

Ejemplo:

$$82.53 - 9.72 = \left(\mathbf{82} + \frac{\mathbf{53}}{\mathbf{100}}\right) - \left(\mathbf{9} + \frac{\mathbf{72}}{\mathbf{100}}\right) = \mathbf{82} + \frac{\mathbf{53}}{\mathbf{100}} - \mathbf{9} - \frac{\mathbf{72}}{\mathbf{100}} = \mathbf{82} - \mathbf{9} + \left(\frac{\mathbf{53}}{\mathbf{100}} - \frac{\mathbf{72}}{\mathbf{100}}\right)$$
$$= \mathbf{73} + \frac{\mathbf{53} - \mathbf{72}}{\mathbf{100}} = \mathbf{73} + \frac{(-\mathbf{19})}{\mathbf{100}} = \mathbf{73} - \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{100}} = \mathbf{72} + \mathbf{1} - \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{100}} = \mathbf{72} + \frac{\mathbf{100}}{\mathbf{100}} - \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{100}}$$
$$= \mathbf{72} + \frac{\mathbf{100} - \mathbf{19}}{\mathbf{100}} = \mathbf{72} + \frac{\mathbf{81}}{\mathbf{100}} = \mathbf{72.81}$$
$$23 - 16.32 = 23.00 - 16.32 = 6.68$$

Apreciamos que para restar dos expresiones decimales debemos:

- Observar si sus partes decimales tienen la misma cantidad de cifras.
- Si no es así, provocamos esa coincidencia **completando con ceros**, por la derecha, la parte decimal más corta.
- Una vez que las expresiones decimales ya tienen sus partes decimales con la misma longitud, procedemos a restar los números ignorando la coma que posee cada uno de ellos.
- Al resultado de esa resta le ponemos una coma para que surja un número decimal con parte decimal de la misma longitud que las expresiones decimales restadas.

Como es habitual, la operación diferencia no es conmutativa.

Actividades propuestas

6. Realiza las operaciones:

a) $17.03 + 5.46$ b) $26.84 + 15.57$ c) $6.64 - 5.47$ d) $35.21 - 23.57$

7. Efectúa los siguientes cálculos:

a) $27.3 + 5.87$ b) $2.553 + 6.7$ c) $13.51 - 4.7$ d) $9.1 - 8.57$

8. Halla:

a) $5.57 + 32.6 + 9.115$ b) $46.77 - 15.6 + 2.3$ c) $33.2 - 16.53 - 12.4$




1.5. Producto de expresiones decimales

De nuevo el paso de decimal a fracción va a indicarnos cómo se debe operar.

Ejemplos:

$$5.7 \cdot 3.3 = \frac{57}{10} \cdot \frac{33}{10} = \frac{57 \cdot 33}{10 \cdot 10} = \frac{1881}{100} = 18.81$$

$$93.05 \cdot 72.4 = \frac{9\,305}{100} \cdot \frac{724}{10} = \frac{9\,305 \cdot 724}{100 \cdot 10} = \frac{6\,736\,820}{1\,000} = 6\,736.820 = 6\,736.82$$

$$44.16 \cdot 8 = \frac{4\,416}{100} \cdot \frac{8}{1} = \frac{4\,416 \cdot 8}{100 \cdot 1} = \frac{35\,328}{100} = 353.28$$

Estos ejemplos nos hacen ver cómo hemos de proceder, en la práctica, para realizar el producto de dos expresiones decimales:

- Multiplicar, en primer lugar, los números ignorando la separación decimal que posee cada uno de ellos.
- Al resultado de ese producto le ponemos una separación decimal, un punto o una coma, para que surja una expresión decimal con una parte decimal de longitud igual a la suma de las cantidades de cifras decimales que tienen las expresiones decimales multiplicadas.

Propiedades de la multiplicación de expresiones decimales.

Conmutativa. No importa en qué orden multipliquemos dos expresiones decimales.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$1.552 \cdot 5.9 = 9.1568$$
$$5.9 \cdot 1.552 = 9.1568$$

Asociativa. Nos permite multiplicar más de dos expresiones decimales. Para ello los agrupamos, como queramos, de dos en dos.

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ejemplo:

$$5.7 \cdot 3.2 \cdot 7.14 = (5.7 \cdot 3.2) \cdot 7.14 = 18.24 \cdot 7.14 = 130.2336$$
$$5.7 \cdot 3.2 \cdot 7.14 = 5.7 \cdot (3.2 \cdot 7.14) = 5.7 \cdot 22.848 = 130.2336$$

Elemento neutro. El número 1 multiplicado por cualquier otro número decimal no lo altera.

$$1 \cdot a = a = a \cdot 1$$

Ejemplo:

$$1 \cdot 92.77 = 92.77 = 92.77 \cdot 1$$





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma. Cuando en una multiplicación uno de los factores es la suma de dos expresiones decimales, como, por ejemplo, 8.3 (6.5 + 1.04) tenemos dos opciones para conocer el resultado:

a) realizar la suma y, después, multiplicar

$6.5 + 1.04 = 6.50 + 1.04 = 7.54 \qquad 8.3 \cdot 7.54 = 62.582$

b) distribuir, aplicar, la multiplicación a cada uno de los sumandos y, después, sumar:

$$8.3 \cdot (6.5 + 1.04) = (8.3 \cdot 6.5) + (8.3 \cdot 1.04)$$

Comprobemos que obtenemos el mismo resultado:

$$(8.3 \cdot 6.5) + (8.3 \cdot 1.04) = 53.95 + 8.632 = 62.582$$

La propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma nos dice que

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Actividades propuestas

9. Calcula: a) $4.6 \cdot 7.5$ b) $1.16 \cdot 3.52$ c) $3.2 \cdot 5.1 \cdot 1.4$ d) $2.3 \cdot 4.11 \cdot 3.5$

10. Efectúa: a) $4 \cdot (3.01 + 2.4)$ b) $5.3 \cdot (12 + 3.14)$ ºc) $3.9 \cdot (25.8 - 21.97)$

1.6. División de expresiones decimales (I)

Para dividir dos expresiones decimales, si ambos tienen parte decimal con igual cantidad de cifras, podemos olvidarnos de que estamos operando con números decimales y actuar como si las comas no estuvieran:

Ejemplo:

$$\frac{16.11}{2.25} = \frac{1\,611}{100} : \frac{225}{100} = \frac{1\,611}{100} \cdot \frac{100}{225} = \frac{1\,611 \cdot 100}{100 \cdot 225} = \frac{1\,611}{225} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 179}{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{179}{5 \cdot 5} = \frac{179}{25}$$

Si el número de cifras decimales es distinto, lo primero que hacemos es igualarlas:

Ejemplos:

$$\frac{9.3}{4.81} = \frac{9.30}{4.81} = \frac{930}{100} : \frac{481}{100} = \frac{930}{100} \cdot \frac{100}{481} = \frac{930 \cdot 100}{100 \cdot 481} = \frac{930}{481}$$

$$\frac{6.32}{3.4} = \frac{6.32}{3.40} = \frac{632}{100} : \frac{340}{100} = \frac{632}{100} \cdot \frac{100}{340} = \frac{632 \cdot 100}{100 \cdot 340} = \frac{632}{340} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 79}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17} = \frac{2 \cdot 79}{5 \cdot 17} = \frac{158}{85}$$

Observamos que, por este camino, la división de dos expresiones decimales nos da como resultado una fracción. Queremos dar un paso más y, para ello, vamos a estudiar cómo convertir fracciones en expresiones decimales. De ese modo sabremos qué número decimal aparece al dividir dos expresiones decimales.

Actividades propuestas

11. Transforma en fracción las siguientes divisiones entre expresiones decimales:

a) $\frac{11.1}{3.7}$ b) $\frac{31.54}{2.7}$ c) $\frac{25.6}{1.39}$ d) $\frac{5}{3.5}$





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.7. Conversión de una fracción a expresión decimal

Ya sabemos escribir en forma de fracción una expresión decimal como, por ejemplo, 31.528:

$$31.528 = \frac{31\,528}{1\,000}$$

o, si queremos ir más despacio,

$$31.528 = 31 + 0.528 = 31 + \frac{528}{1\,000} = 31 + \frac{500 + 20 + 8}{1\,000} = 31 + \frac{500}{1\,000} + \frac{20}{1\,000} + \frac{8}{1\,000}$$

$$= 31 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000}$$

Con esta descomposición,

$$31.528 = 31 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1\,000}$$

apreciamos, claramente separadas, su parte entera y cada una de sus tres cifras decimales, el 5 de las décimas, el 2 de las centésimas y el 8 de las milésimas.

Ahora vamos a proceder en sentido contrario. Escogeremos una fracción y la convertiremos en una expresión decimal. Para que resulte más sencillo, elegiremos una fracción concreta como, por ejemplo, 93/8. Si procedemos a efectuar la usual división, 93 entre 8, nos aparece como cociente el número 11 y como resto 5:

$$\begin{array}{r|l} 93 & 8 \\ \hline 13 & 11 \\ 5 & \end{array} \qquad \frac{93}{8} = \frac{8 \cdot 11 + 5}{8} = 11 + \frac{5}{8}$$

Esto nos hace saber que la parte entera de 93/8 es igual a 11, puesto que la fracción 5/8 no contiene ninguna unidad completa ya que 5, el resto, es menor que 8, el divisor. De momento:

$$\frac{93}{8} = 11, \ldots$$

Averigüemos su primera cifra decimal, las decenas:

$$\frac{93}{8} = 11 + \frac{5}{8} = 11 + \frac{\frac{5}{8} \cdot 10}{10} = 11 + \frac{\frac{50}{8}}{10} = 11 + \frac{6 + \frac{2}{8}}{10} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{\frac{2}{8}}{10}$$

En la anterior igualdad, cuando apareció 50/8, dividimos 50 entre 8. Nos dio de cociente 6 y de resto 2. Podemos asegurar que la primera cifra decimal de 93/8, la cifra de las decenas, será igual a 6 porque ha aparecido 6/10 y la otra fracción no puede aportar ninguna decena más debido a que 2/8 es menor que 1.

$$\frac{93}{8} = 11.6\ldots.$$




Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

La segunda cifra decimal de 93/8, la correspondiente a las centenas, surgirá del último sumando de la expresión anterior:

$$11+\frac{6}{10}+\frac{\frac{2}{8}}{10}=11+\frac{6}{10}+\frac{\frac{2}{8}\cdot 10}{10\cdot 10}=11+\frac{6}{10}+\frac{\frac{20}{8}}{100}=11+\frac{6}{10}+\frac{2+\frac{4}{8}}{100}=11+\frac{6}{10}+\frac{2}{100}+\frac{\frac{4}{8}}{100}$$

Cuando nos encontramos con 20/8, se procedió a dividir 20 entre 8 y se obtuvo 2 como cociente y 4 como resto. Debido a la fracción 2/100, la segunda cifra decimal de 93/8 es 2, puesto que la última fracción no añade ninguna otra centena ya que 4/8 es menor que 1.

$$\frac{93}{8} = 11.62\ldots$$

Conozcamos la siguiente cifra decimal, la de las milésimas:

$$11+\frac{6}{10}+\frac{2}{100}+\frac{\frac{4}{8}}{100}=11+\frac{6}{10}+\frac{2}{100}+\frac{\frac{4}{8}\cdot 10}{100\cdot 10}=11+\frac{6}{10}+\frac{2}{100}+\frac{\frac{40}{8}}{1\,000}$$
$$=11+\frac{6}{10}+\frac{2}{100}+\frac{5}{1\,000}$$

En esta ocasión, con la fracción 40/8, al dividir 40 entre 8 nos encontramos con que era una división exacta, de resto cero. Esto nos señala que hemos acabado ya que

$$\frac{93}{8}=11+\frac{6}{10}+\frac{2}{100}+\frac{5}{1\,000}$$

y, finalmente,

$$\frac{93}{8}=11.625$$

Si analizamos con atención el proceso anterior, seremos capaces de agilizarlo:

- La fracción original era 93/8. El cociente de la simple división de 93 entre 8 nos proporciona su parte entera: 11.
- Como el resto era 5, dividimos 5·10 = 50 entre 8. Obtuvimos cociente 6 y resto 2. Primera cifra decimal: 6
- A partir del resto anterior, 2, dividimos 2·10 = 20 entre 8. Salen cociente 2 y resto 4. Segunda cifra decimal: 2
- A partir del resto anterior, 4, dividimos 4·10 = 40 entre 8. Salen cociente 5 y resto 0. Tercera cifra decimal: 5
- Como el último resto es 0, hemos concluido

Visualicemos lo expuesto recordando que 93 = 93.000:

```
9  3.  0  0  0 | 8
1  3           |_____________
   5   0         1  1.  6  2  5
       2  0
          4  0
             0
```






Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Actividades propuestas

12. Convierte en expresión decimal las fracciones siguientes:

a) $\frac{9}{2}$ b) $\frac{31}{4}$

Asoma una pregunta lógica: en las conversiones de fracción a expresión decimal, ¿antes o después hemos de toparnos, necesariamente, con que es igual a cero el resto en alguna etapa?

En el ejemplo que nos ha ilustrado, 93/8, dejando al margen la parte entera, apreciamos que se "enfrentaron", y por este orden, los números 5 frente a 8, 2 frente a 8, 4 frente a 8, antes de ser multiplicados los primeros por 10. Siempre aparece el número 8, ya que es el denominador original. Como 8 siempre es el divisor, los únicos restos posibles son 0 (si la división es exacta), 1, 2, 3, 4, 5, 6, y 7. De esta manera si, con otra fracción distinta de 93/8, en algún momento aparece un resto que ya ha salido antes entraremos en un bucle o ciclo. Lo vemos con otra fracción, con 46/11:

```
4 6 . 0 0 0 | 1 1
             -------
  2   0       4 . 1 8 1
      9 0
        2 0
          9
```

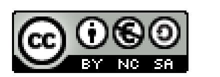
Tenemos

$$\frac{46}{11} = 4.181\ldots$$

Como, al final de cada paso, los únicos restos que surgen son los números 2 y 9, todo lo que sigue es predecible: la cuarta cifra decimal es un 8, la quinta un 1, la sexta otro 8, la séptima otro 1, ….

$$\frac{46}{11} = 4.1818181818181\ldots$$

Con lo que acabamos de alcanzar, podemos retornar a la división de números decimales.





1.8. División de expresiones decimales (II)

Si vamos a dividir dos expresiones decimales como, por ejemplo, 34.24 entre 2.7, lo primero que haremos será multiplicar ambas expresiones por un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el denominador. De este modo, el denominador pasa a ser un número natural:

$$\frac{34.24}{2.7}=\frac{34.24\cdot 10}{2.7\cdot 10}=\frac{342.4}{27}$$

Seguidamente iniciamos el conocido algoritmo de la división limitándolo, en un principio, a la parte entera del numerador:

$$\begin{array}{ccc|cc} 3 & 4 & 2. & 2 & 7 \\ \cline{4-5} & 7 & 2 & 1 & 2. \\ & 1 & 8 & & \end{array}$$

Hemos acabado con la parte entera del numerador y nos encontramos, de momento, con cociente 12 y resto 18. En cuanto entran en acción las cifras decimales del numerador, hemos de poner una separación decimal en el cociente ya que comienza a surgir su parte decimal:

$$\begin{array}{ccccccc|cccccc} 3 & 4 & 2. & 4 & 0 & 0 & 0 & 2 & 7 & & & & \\ \cline{8-13} & 7 & 2 & & & & & 1 & 2. & 6 & 8 & 1 & 4 \\ & 1 & 8 & 4 & & & & & & & & & \\ & & 2 & 2 & 0 & & & & & & & & \\ & & & 0 & 4 & 0 & & & & & & & \\ & & & & 1 & 3 & 0 & & & & & & \\ & & & & & 2 & 2 & & & & & & \end{array}$$

Por lo tanto:

$$\frac{34.24}{2.7}=\frac{342.4}{27}=12.68148148\ldots$$

Actividades propuestas

13. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $\frac{42.78}{6}$ b) $\frac{15.2}{3.8}$ c) $\frac{12.505}{4.1}$ d) $\frac{6.42}{1.3}$




2. EXPRESIONES DECIMALES PERIÓDICAS

2.1. Decimales periódicos: puros y mixtos

En el paso de fracción a número decimal de, por ejemplo, la fracción 46/11 hemos apreciado que en ninguna etapa tenemos resto igual a cero. Aparece así un nuevo tipo de expresión decimal, es un **número decimal periódico**. Así los llamamos porque tienen un desarrollo decimal que, aunque no tenga final, se repite de manera periódica. Sobre el ejemplo anterior, diremos que el desarrollo decimal de 46/11 es periódico de **periodo** igual a 18. Escribiremos:

$$\frac{46}{11} = 4.1818181818181\ldots. = 4.\overline{18}$$

Debido a lo que expusimos antes sobre los restos, cualquier fracción tiene un desarrollo decimal **exacto** o **periódico**.

Ejemplo:

$$\frac{3\,424}{27} = 126.\overline{814}$$

Las expresiones decimales periódicas cuyo desarrollo decimal periódico comienza inmediatamente después de la coma se llaman **periódicos puros**. Si el periodo se encuentra más allá de la separación decimal estamos ante un número decimal **periódico mixto** y la parte decimal situada entre la separación decimal y el periodo se llama **anteperiodo**.

Ejemplo:

- Halla el desarrollo decimal de la fracción 178/70.

a) Aplicamos el algoritmo de la división según lo dicho antes sobre la entrada en acción de las cifras decimales del numerador:

```
1  7  8.  0  0  0…   | 7  0
   3  8   0          |__________________________
      3   0  0         2.  5  4  2  8  5  7  1  4  …
          2  0  0
             6  0   0
                4   0  0
                    5  0  0
                       1  0  0
                          3  0  0
                             2  0
```






b) Cuando situamos en el cociente el número 1 y operamos, apareció por segunda vez el resto 30. Esa repetición de un resto nos hizo saber que estábamos ante un desarrollo decimal periódico. Lo hemos ratificado dando un paso más, añadiendo la cifra 4 en el cociente, y observamos que aparece como nuevo resto el que ya apareció antes tras el resto 30, el resto 20.

c) De acuerdo con lo anterior

$$\frac{178}{70} = 2.5\overline{428571}$$

Hemos llegado a la expresión decimal de la fracción 178/70. Es el número decimal de parte entera 2, anteperiodo 5 y periodo 428571.

Actividades propuestas

14. Transforma las siguientes fracciones en expresión decimal:

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{7}{11}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{25}{9}$ f) $\frac{17}{12}$ g) $\frac{50}{13}$

2.3. Conversión de una expresión decimal periódica en fracción

Apreciamos al comienzo del tema que es muy sencillo realizar el paso a fracción de los **números decimales exactos**, aquellos cuyo desarrollo decimal es finito. Ahora vamos a conseguir lo mismo para las expresiones decimales periódicas, tanto si son puros como mixtos. Como es habitual, un caso concreto nos abrirá camino.

Ejemplo:

- Vamos a convertir en fracción el número

$$42.\overline{7}$$

a) Aislamos su parte entera

$$42.\overline{7} = 42 + 0.\overline{7}$$

b) Vamos a transformar en una fracción el número decimal $0.\overline{7}$. Hay que buscar una fracción *m/n* que cumpla *m/n* $=0.\overline{7}$. Para simplificar la escritura, escribiremos X en lugar de la fracción que perseguimos *m/n*:

$$X = 0.\overline{7} = 0.777777\ldots..$$

$$10 \cdot X = 10 \cdot 0.\overline{7} = 10 \cdot 0.777777\ldots.. = 7.777777\ldots.. = 7.\overline{7} = 7 + 0.\overline{7} = 7 + X$$

$$10 \cdot X - X = 7$$

$$9 \cdot X = 7$$

$$X = \frac{7}{9}$$

c) Ya sabemos que $0.\overline{7}$ = 7/9. En la fracción 7/9 reconocemos en el numerador el periodo del número decimal $0.\overline{7}$. Luego encontraremos la justificación del número 9.

d) Solo nos queda añadir la parte entera:

$$42.\overline{7} = 42 + 0.\overline{7} = 42 + \frac{7}{9} = \frac{42 \cdot 9 + 7}{9} = \frac{378 + 7}{9} = \frac{385}{9}$$

$$42.\overline{7} = \frac{385}{9}$$




Ejemplo:

- Analicemos otro caso. Busquemos una fracción cuyo desarrollo decimal sea $0.\overline{31}$:

$$X = 0.\overline{31}$$

$$100 \cdot X = 100 \cdot 0.\overline{31} = 100 \cdot 0.31313131\ldots.. = 31.313131\ldots.. = 31.\overline{31} = 31 + 0.\overline{31} = 31 + X$$

$$100 \cdot X - X = 31$$

$$99 \cdot X = 31$$

$$X = \frac{31}{99}$$

Al hilo de estos dos ejemplos podemos vaticinar que:

Un número decimal periódico puro, **con parte entera igual a cero**, se convierte en aquella fracción que tiene por numerador al periodo y por denominador al número formado por una cantidad de nueves igual al número de cifras del periodo.

Ejemplos:

$$0.\overline{5} = \frac{5}{9}$$

$$0.\overline{934} = \frac{934}{999}$$

$$4.\overline{6} = 4 + 0.\overline{6} = 4 + \frac{6}{9} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

Ya sabemos transformar un número decimal periódico puro en una fracción. Para alcanzar ese mismo cambio en el caso periódico mixto vamos a realizar una simple, pero muy efectiva argucia: convertiremos el número decimal periódico mixto en otro que sea periódico puro, transformaremos éste en fracción y, por último, desharemos la primera conversión.

Ejemplo:

- Transformad en fracción el número decimal $8.07\overline{458}$.

a) Su parte entera es 8, su anteperiodo es 07 y su periodo es 458. Como su anteperiodo posee dos cifras, multiplicamos al número por 100

$$8.07\overline{458} \cdot 100 = 807.\overline{458}$$

b) De esta forma estamos ante un número periódico puro, $807.\overline{458}$, al que convertimos en fracción

$$807.\overline{458} = 807 + 0.\overline{458} = 807 + \frac{458}{999} = \frac{807 \cdot 999 + 458}{999} = \frac{806\,193 + 458}{999} = \frac{806\,651}{999}$$





c) Recuperamos el número decimal periódico mixto

$$8.07\overline{458} = \frac{807.\overline{458}}{100} = \frac{\frac{806\,651}{999}}{100} = \frac{806\,651}{999 \cdot 100} = \frac{806\,651}{99\,900}$$

Ejemplo:

- Represéntese por medio de una fracción el número $0.3\overline{49}$.

a) Su parte entera es 0, su anteperiodo es 3 y su periodo es 49. Como su anteperiodo consta de una sola cifra, multiplicamos al número por 10

$$0.3\overline{49} \cdot 10 = 3.\overline{49}$$

b) Convertimos en fracción al número $3.\overline{49}$

$$3.\overline{49} = 3 + 0.\overline{49} = 3 + \frac{49}{99} = \frac{99 \cdot 3 + 49}{99} = \frac{297 + 49}{99} = \frac{346}{99}$$

c) Por último

$$0.3\overline{49} = \frac{3.\overline{49}}{10} = \frac{\frac{346}{99}}{10} = \frac{346}{99 \cdot 10} = \frac{346}{990}$$

d) Si ralentizamos las últimas operaciones podremos apreciar una regla para estas conversiones

$$0.3\overline{49} = \frac{3.\overline{49}}{10} = \frac{3 + 0.\overline{49}}{10} = \frac{3 + \frac{49}{99}}{10} = \frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{99 \cdot 3 + 49}{990} = \frac{100 \cdot 3 - 3 + 49}{990} = \frac{349 - 3}{990}$$

Una expresión decimal periódica mixta, **con parte entera igual a cero**, se convierte en aquella fracción que tiene por numerador al número natural formado por el anteperiodo inmediatamente seguido del periodo menos el anteperiodo y por denominador al número formado por una cantidad de nueves igual al número de cifras del periodo seguido de una cantidad de ceros coincidente con el número de cifras del anteperiodo.



¿Es 0.99999…, con infinitos 9s, igual a 1?

https://www.youtube.com/watch?v=11dd4srNb_E



Actividades propuestas

15. Expresa mediante una fracción cada uno de los siguientes números decimales:

a) $0.\overline{13}$ b) $14.\overline{5}$ c) $0.2\overline{6}$ d) $24.0\overline{18}$ e) $5.1\overline{101}$ f) $3.5\overline{40}$





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.3. Operaciones con expresiones decimales periódicas

Para operar con números decimales periódicos lo más prudente es transformarlos en fracciones y luego realizar la operación a través de ellas. De esta manera podemos evitar cometer errores debido a la falta de costumbre de trabajar con un número infinito de decimales.

A título de curiosidad calculemos la suma $0.\overline{3} + 0.\overline{6}$. Parece natural que

$$0.\overline{3} + 0.\overline{6} = 0.333333\ldots.. + 0.666666\ldots.. = 0.999999\ldots.. = 0.\overline{9}.$$

Por otro lado

$$0.\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{y} \quad 0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Así

$$0.\overline{3} + 0.\overline{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

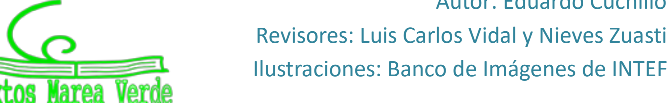
de modo que

$$1 = 0.\overline{9} = 0.999999\ldots..$$

Entonces ¿algo está fallando? No, no hay ningún error. Debemos entender que una expresión decimal no es más que una **representación** de una fracción, o de un número natural. Otra representación decimal, sin ninguna utilidad, del número 1 sería

$$1 = 1.\overline{0} = 1.00000\ldots..$$





3. APROXIMACIONES, TRUNCAMIENTOS Y REDONDEOS

3.1. Aproximaciones

En la vida cotidiana resulta más sencillo trabajar, o manejarnos, con unidades completas antes que con partes o cantidades fraccionadas. Cuando vamos al mercado, no es fácil reconocer la exactitud de medio pollo pero no tenemos ningún problema en reconocer un pollo entero. Si tenemos sed y demandamos un vaso lleno de agua ésta es una petición "más simple" que si solicitamos un tercio de vaso. Naturalmente, en el mercado no cuestionaremos si nos ofrecen medio pollo exacto o no; lo aceptaremos simplemente si "parece" que es medio pollo. Tampoco tiene sentido que dediquemos tiempo a constatar si el agua que nos ofrecen se corresponde con la tercera parte del vaso. En ninguna de estas dos situaciones tenemos interés en la exactitud, en ambas nos conformamos con una ***aproximación***.





Son muy frecuentes las circunstancias en las que aparecen aproximaciones, habitualmente de expresiones decimales o fracciones:

- Si vamos a pagar con un billete de 50 euros una compra que asciende a 32.69 euros, esperamos una vuelta de 17.31 euros. Si en la caja no hay monedas de un céntimo, nos propondrán que demos por buena una vuelta de 17.30 euros. Es una *aproximación a la baja*.
- Si realizamos una compra por un importe de 12.44 euros y la saldamos con 12.45 euros estamos ante una *aproximación al alza*.
- Los instrumentos de medida, incluso los de alta precisión, siempre nos ofrecen mediciones aproximadas.





Actividades propuestas

16. Escribe en tu cuaderno tres circunstancias de la vida cotidiana donde se realicen aproximaciones.

3.2. Truncamientos y redondeos

Aunque estemos en un contexto en el que no busquemos la exactitud, y nos baste con una aproximación, sí es conveniente que conozcamos la magnitud de la aproximación, cómo se ha llegado a ella.

Una manera de realizar una aproximación a la baja de un número decimal es el ***truncamiento***. Consiste en decidir cuántas cifras decimales queremos considerar y, simplemente, eliminar las restantes a partir de la última cifra decimal mostrada.

Ejemplo:

- Si truncamos el número decimal 12.3763
  a) en las centésimas, aparece la aproximación 12.37
  b) en las milésimas, surge 12.376






Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Ejemplo:

- Si disponemos del número decimal periódico $7.\overline{49}$
  a) y lo truncamos en las décimas nos encontramos con la aproximación 7.4
  b) al truncarlo en la quinta cifra decimal obtenemos 7.49494

Actividades propuestas

17. Aproxima por truncamiento los siguientes números decimales de forma que aparezca un desarrollo decimal hasta las milésimas:

a) 11.1234 b) $6.\overline{6}$ c) $9.3\overline{50}$ d) $8.\overline{71}$ e) $8.334\overline{8}$ f) $2.64\overline{08}$

Otra forma de realizar una aproximación es a través de un ***redondeo***. Éste consiste en decidir cuántas cifras decimales va a tener la aproximación, realizar el truncamiento oportuno y, en función de cuál sea la primera cifra decimal no considerada, mantener o incrementar en una unidad la parte decimal del truncamiento. El criterio para efectuar, o no, dicho incremento es el siguiente:

- Cuando la primera cifra decimal eliminada es 0, 1, 2, 3 o 4, el redondeo coincide con el truncamiento.
- Si la primera cifra decimal no considerada es un 5, 6, 7, 8 o 9, el redondeo se obtiene al aumentar en una unidad la parte decimal del truncamiento.

De acuerdo con lo anterior, un redondeo es una aproximación que puede ser a la baja o al alza.

Ejemplo:

- Si redondeamos el número decimal 12.3763
  a) hasta las centésimas, aparece la aproximación 12.38
  b) hasta las milésimas, surge 12.376

Ejemplo:

- Si disponemos del número decimal periódico $7.\overline{49}$
  a) y lo redondeamos en las décimas nos encontramos con la aproximación 7.5
  b) al redondearlo en la quinta cifra decimal obtenemos 7.49495
  c) resulta 7.49 si se redondea hasta las centésimas.

Actividades propuestas

18. Aproxima por redondeo hasta la milésima los siguientes números decimales:

a) 11.1234 b) $6.\overline{6}$ c) $9.3\overline{50}$ d) $8.\overline{71}$ e) $8.334\overline{8}$ f) $2.64\overline{08}$ g) $3.99\overline{96}$





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Recursos didácticos fotocopiables:

Dominó de fracciones y decimales

Objetivo: Reforzar el cálculo mental de operaciones con fracciones, decimales y porcentajes.







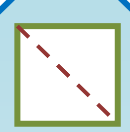
CURIOSIDADES. REVISTA

Un número irracional no se puede expresar en forma de fracción

La idea del uso de la coma o el punto para los decimales se atribuye a matemáticos como Giovani Magini, o John Napier, a finales del s XVI. En 1698, Leibnitz, propuso usar el punto como símbolo de multiplicación, la coma quedó para separar la parte decimal del número. Pero en Inglaterra, se siguió utilizando el símbolo x para la multiplicación y el punto para separar los decimales ya que no eran seguidores de Leibnitz. En el mundo digital, el punto ha ganado a la coma, que seguimos utilizando en los escritos matemáticos

π = 3.141592… es el más famoso de los números irracionales. Es el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. Busca información sobre los millones de cifras decimales de π





Hipaso de Metaponto buscaba el cálculo de la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 1 y se encontró con el número $\sqrt{2}$, un número irracional de infinitas cifras decimales no periódicas.

La leyenda dice que este hallazgo llenó de ira a los pitagóricos que no concebían la existencia de números irracionales. Su intolerancia terminó con Hipaso ahogado en el mar.

Alberto Coto (Lada de Langreo, Asturias 1970). Campeón mundial de Cálculo Mental.

Licenciado en Ciencias del Trabajo, asesor fiscal, ha desarrollado técnicas de cálculo mental con las que ha establecido hasta en 14 ocasiones *record Guiness* en operaciones aritméticas.

Con sus actividades calculistas, ha ganado 9 medallas de oro, 2 de plata y 3 de bronce en torneos mundiales de "Deporte Mental"

Uno de sus *records* más famoso ha consistido en realizar sumas de 100 dígitos en 17.04 segundos. Eso supone una velocidad de 6 operaciones mentales por segundo.

Ha realizado actividades relacionadas con la pedagogía matemática y cuenta con numerosas publicaciones.





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

RESUMEN

NOCIÓN	*DESCRIPCIÓN*	*Ejemplos*
Expresiones decimales	Alternativa a las fracciones para expresar cantidades que no se corresponden con unidades completas. Constan de dos partes: su parte entera y su parte decimal	21.375 Parte entera: 21 Parte decimal: 375
Expresión decimal exacta	Su parte decimal tiene una cantidad finita de cifras	5.7767
Expresión decimal periódica	Su parte decimal tiene una cantidad infinita de cifras que se repiten periódicamente. Pueden ser puros o mixtos	Puro: $3.\overline{07} = 3.0707070\ldots.$ Mixto: $4.8\overline{13} =$ $4.813131\ldots.$
Paso de expresión decimal a fracción	Podemos expresar cualquier expresión decimal exacta o periódica en forma de fracción	$5.7767 = \frac{57\,767}{10\,000}$ $3.\overline{07} = 3 + \frac{7}{99} = \frac{304}{99}$ $4.8\overline{13} = 4 + \frac{813-8}{990} = \frac{4765}{990}$
Operaciones con expresiones decimales	Se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir	
Conversión en expresión decimal de una fracción	Podemos representar cualquier fracción mediante un número decimal, el cual podrá ser exacto o periódico (puro o mixto)	$\frac{11}{4} = 2.75$ $\frac{10}{11} = 0.\overline{90}$ $\frac{32}{15} = 2.1\overline{3}$
Truncamiento de una expresión decimal	Es una aproximación de una expresión decimal que consiste en eliminar su parte decimal a partir de cierta cifra decimal	Truncamiento en las centésimas de 21.375: 21.37
Redondeo de una expresión decimal	Es otra aproximación que, a diferencia del truncamiento, sí considera la primera cifra decimal eliminada	Redondeo hasta las centésimas de 21.375: 21.38





Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Escribe con palabras la expresión de los números siguientes:

a) 2.5 b) 32.05 c) 45.50 d) 72.050

2. Multiplica mentalmente por a) 10, b) 100, c) 1 000, d) 1 000 000 el número 3.761937

3. Ordena de menor a mayor los números: 5.67; 5.68; 5.6666; 5.63; 5.5; 5.8; 5.6070.

4. Ordena de mayor a menor los números: 7.45; 6.9999; 7.3456; 7.4378; 7.44444; 7.4501; 7.45012.

5. Indica entre qué dos números enteros se encuentran los siguientes números: 5.6666; 7.999; 1.0001; 3.099.

6. Redondea a las décimas los números siguientes: 5.67; 5.68; 5.6666; 7.45; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

7. Redondea a las centésimas los números siguientes: 5.676767; 5.688989; 5.6666; 7.459; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

8. Redondea a las milésimas los números siguientes: 5.676767; 5.688989; 5.6666; 7.45911; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

9. Ordena de menor a mayor los siguientes números: 1/2; 0.45; 0.999; 2/3; 0,75; 5/4; 0.3939; 1/5.

10. Trunca por las centésimas los siguientes números: 5.676767; 5.688989; 5.6666; 7.459; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

11. Completa las siguientes igualdades:

a) $38.532 = 38 + \frac{}{10} + \frac{}{100} + \frac{}{1000}$

b) $0.078 = \frac{}{10} + \frac{}{100} + \frac{}{1000}$

c) $6.36 = \frac{}{100}$

d) $5.149 = \frac{}{10} + \frac{}{1000}$

12. Convierte en fracción los siguientes números decimales:

a) 0.124 b) 5.23 c) 49.350 d) 0.013

13. Efectúa las operaciones:

a) $1.34 + 51.7$ b) $53.4 - 3.72$ c) $4.83 + 9.77 - 5.9$ d) $1.42 - 9.77$

14. Rellena adecuadamente los lugares vacíos:

a) $6.36+ \qquad = 10$
b) $36.76- \qquad = 10$
c) $6.54- \qquad = 1.38$
d) $2.7+ \qquad = 15.29$

15. Realiza las siguientes operaciones:

a) $43.76 \cdot 10 =$

b) $43.76 \cdot 1\,000 =$
c) $0.017 \cdot 10 =$
d) $3.76 : 10 =$
e) $5.67 : 100 =$




Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

16. Halla:

a) $3.6 \cdot 0.2$ b) $10.01 \cdot 3.5$ c) $0.6 \cdot 0.6$ d) $5.6 \cdot 3.2 \cdot \frac{2}{5}$

17. Calcula:

a) $\frac{15.6}{3.23}$ b) $\frac{1.1\cdot(5.8+2.6)}{3.23-2.9}$ c) $\frac{2.5\cdot(3.1-2.6)}{2.23-2.9}$ d) $\frac{(1.1+2.9)\cdot 2.53}{2.2\cdot 0.1}$

18. Determina el desarrollo decimal de las fracciones siguientes:

a) $\frac{13}{50}$ b) $\frac{110}{9}$ c) $\frac{22}{12}$ d) $\frac{170}{125}$ e) $\frac{53}{22}$

19. Transforma en fracción los números decimales que siguen:

a) $0.\overline{5}$ b) $0.\overline{70}$ c) $21.4\overline{5}$ d) $3.0\overline{02}$ e) $1.\overline{500}$

20. Realiza los siguientes cálculos:

a) $\frac{4}{7} + 1.\overline{46}$ b) $3.\overline{7} \cdot \frac{2}{5}$ c) $\frac{6.\overline{41}-4}{3-2.\overline{3}}$


d) $1.\overline{07} \cdot 2.\overline{5}$

21. Razona si son ciertas o no las siguientes afirmaciones:

a) Toda fracción posee una representación decimal.

b) Si el denominador de una fracción es un número primo entonces su representación decimal es periódica.

c) Si el denominador de una fracción no es un número primo entonces su representación decimal es finita.

d) Dos fracciones equivalentes tienen la misma representación decimal.

22. Hemos visto que los números decimales exactos se pueden transformar en una fracción cuyo denominador es una potencia del número 10. Escribe una fracción cuya representación decimal sea finita y cuyo denominador no sea el número 10.

23. Después de lo que hemos razonado en el problema anterior, elabora una regla que nos sirva para distinguir las fracciones cuya representación decimal es finita.

24. Determina cuáles de las siguientes fracciones tienen representación decimal finita (decídelo sin calcularlas):

a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{12}{5}$ d) $\frac{12}{45}$ e) $\frac{9}{48}$

25. Si se reparten equitativamente 270 euros entre 120 personas ¿qué cantidad recibe cada persona?

26. Escribe un número decimal que sumado a 7.63 origine un número natural.

27. Señala otro número decimal que restado a 20.09 nos dé un número natural.

28. Halla una fracción tal que al multiplicarla por el número $2.5\overline{7}$ dé como resultado un número natural.

29. Aproxima por truncamiento, de diferentes maneras, los siguientes números decimales:

a) 7.123 b) 15.001 c) $7.\overline{7}$ d) $0.21\overline{87}$ e) $3.99\overline{96}$

30. Redondea los siguientes números decimales hasta la cifra que te parezca adecuada o significativa:

a) 7.391 b) $6.1\overline{90}$ c) $24.\overline{74}$ d) 13.99 e) $33.\overline{01}$

31. En cada uno de los redondeos que has realizado en el ejercicio anterior, distingue si se trata de una aproximación al alza o a la baja.

Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF



32. Manuel compró en la papelería 4 bolígrafos y 3 lapiceros. Si cada bolígrafo costaba 0.78 euros y cada lapicero 0.63 euros ¿cuánto se gastó Manuel?

33. Claudia se ha comprado tres bolígrafos iguales que, en total, le han costado 2.46 euros. También compró un cuaderno que costaba el precio de un bolígrafo multiplicado por cuatro. Calcula el precio del cuaderno y cuánto dinero se ha gastado Claudia.

34. Un depósito contiene 46.22 litros de agua que vamos a traspasar a botellas de litro y medio. Halla cuántas botellas llenaremos e indica la cantidad de agua sobrante.

35. Escribe un número decimal que satisfaga la siguiente condición: sus truncamientos coinciden con sus redondeos.

36. Construye un número decimal que cumpla este requisito: ninguno de sus truncamientos coincide con los redondeos.

37. Muestra un número decimal que verifique la siguiente condición: alguno de sus truncamientos coincide con los redondeos, pero no todos.



38. El examen de Matemáticas constaba de cuatro ejercicios. En ellos Jaime obtuvo las siguientes calificaciones: 5, 7, 8 y 7. Calcula la nota media del examen de Jaime y aproxímala tanto por truncamiento como por redondeo hasta las décimas.



39. Los padres de Alicia están comprando varias macetas y plantas. El importe de todo ello es de 135.80 euros. El comercio realiza un descuento del 2.5 % si se paga en metálico y no con tarjeta de crédito. Si los padres de Alicia optan por el pago en metálico, ¿qué cantidad deberán abonar?

40. Si nos fijamos en los precios del litro de combustible que suelen exhibir las gasolineras en grandes postes o paneles observaremos que figuran hasta la milésima de euro, pese a que las monedas solo "llegan" al céntimo de euro. El importe de cada carga de combustible se realiza, en general, a través de una aproximación. Si, en una estación de servicio concreta, el precio del litro de gasolina es de 1.412 euros y el depósito de nuestro vehículo tiene una capacidad de 53 litros, analiza con cuántos litros de repostaje el importe no requiere ser aproximado.



41. Usa la calculadora o una hoja de cálculo y analiza el uso de paréntesis:

a) 2.34186 / 987.6543 + 8.981342 * 654.9234 – 25.98

b) 2.34186 / (987.6543 + 8.981342) * (654.9234 – 25.98)

c) (2.34186 / 987.6543) + (8.981342 * 654.9234) – 25.98

d) (2.34186 / 987.6543) + 8.981342 * (654.9234 – 25.98)







AUTOEVALUACIÓN

1. Señala la fracción cuyo desarrollo decimal es 8.37

a) $\frac{837}{1\,000}$ b) $\frac{800}{37}$ c) $\frac{837}{100}$ d) $\frac{83\,737}{100}$

2. El resultado del producto $15'06 \cdot 1000$ es:

a) $1\,506$ b) $15\,060$ c) 156 d) $1\,500.6$

3. El valor de la suma $2.5 + 4.83$ es

a) $7.3\overline{3}$ b) $7.\overline{3}$ c) 6.33 d) 7.33

4. El periodo y el anteperiodo del número $18'9\overline{03}$ son, respectivamente,

a) 18 y 9 b) 9 y 3 c) 3 y 9 d) 03 y 9 e) 18 y 3

5. La expresión decimal de la fracción 5/9 es:

a) 0.59 b) 5.9 c) $0.\overline{5}$ d) $0.\overline{59}$

6. ¿Cuál es la solución correcta para el paso a fracción del número decimal $13.\overline{57}$?

a) $\frac{1\,357}{9\,900}$ b) $\frac{1\,357}{99}$ c) $\frac{1\,344}{99}$ d) $\frac{1\,357}{9\,999}$

7. Finaliza las siguientes frases:

- Las fracciones impropias son aquellas cuya representación decimal presenta una parte entera ……………………………
- Cualquier número decimal, exacto o periódico, puede transformarse en una fracción cuyo denominador es ………………….. , ………………….. o …………………..

8. Clasifica los siguientes números según sean aproximaciones al alza o a la baja del número 375432.45

a) 375 432.5 b) 375 432 c) 375 400 d) 375 450 e) 375 432.4

9. Si redondeamos el número $2'9\overline{36}$ hasta la centésima nos queda:

a) 2.93 b) 2.94 c) 2.96 d) 2.95 e) $2.9\overline{4}$

10. Si la nota de un examen se muestra con una cifra decimal, ¿cómo escogerías que se obtuviese?

a) por truncamiento b) por redondeo



Autor: Eduardo Cuchillo
Revisores: Luis Carlos Vidal y Nieves Zuasti
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF